Halmazelmélet

Halmazok, műveletek halmazokkal

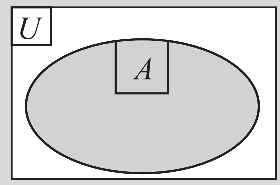
A halmaz fogalmát alapfogalomnak tekintjük, azaz nem definiáljuk. Jelölésére az ábécé nagybetűit használjuk.

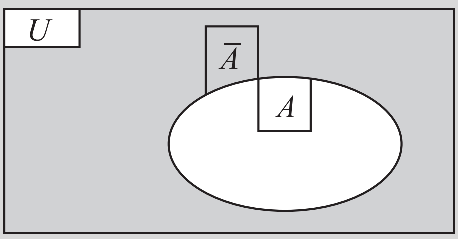
A halmazt megadhatjuk elemeinek felsorolásával vagy a benne lévő elemek tulajdonságával, ábrázolhatjuk Venn-diagrammal.

Alaphalmaz: az a halmaz, amelyen a vizsgálódást végezzük. Szokásos jelölése: U.

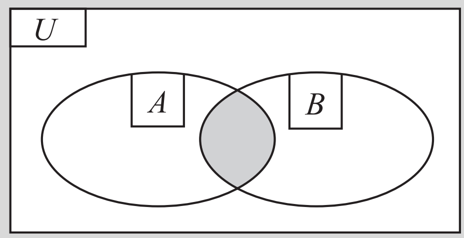
Az A halmaz részhalmaza az U halmaznak, ha az A minden eleme az U halmaznak is eleme.

Jelölés: A részhalmaza U-nak $A \subseteq U$

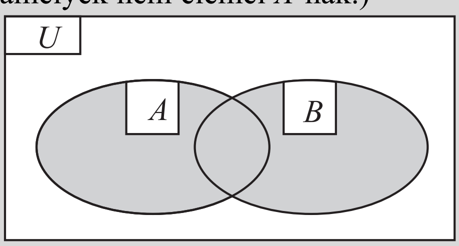




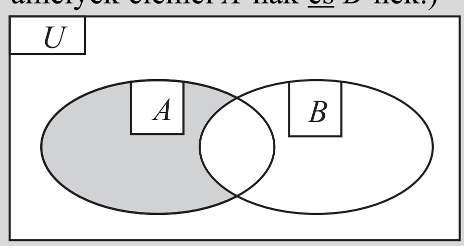
$\overline{A}$: A-nak kiegészítő halmaza
($\overline{A}$ az U azon elemeinek halmaza, amelyek nem elemei A-nak.)



$A \cap B$: A metszete B-vel
(A és B halmaz azon elemeinek halmaza, amelyek elemei A-nak <u>és</u> B-nek.)



$A \cup B$: A egyesítése B-vel
(A és B halmaz azon elemei halmaza, amelyek elemei A-nak <u>vagy</u> B-nek.)

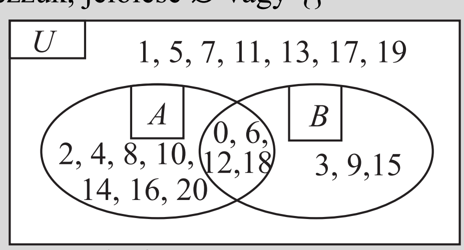


$A \setminus B$: A és B különbsége
(A halmaz azon elemei, amelyek nem elemei B-nek.)

A nulla elemű halmazt üres halmaznak nevezzük, jelölése $\varnothing$ vagy $\{\}$

Példa:

Legyen U = {20-nál nem nagyobb természetes számok}
A = {páros számok}
B = {3-mal oszthatószámok}



Az alaphalmaz elemei közül válaszd ki azokat, amelyek

- 3-mal nem oszthatók: $\{1;2;4;5,7;8;10;11;13;14;16;17;19;20\}(= U \setminus B = \overline{B})$
- párosak és 3-mal oszthatók: $\{0;6;12;18\}(= A \cap B)$
- párosak vagy 3-mal oszthatók: $\{0;2;3;4,6;8;9;10;102;14;15;16;18;20\}(= A \cup B)$
- párosak és 3-mal nem oszthatók: $\{2;4;8;10;14;16;20\}(= A \setminus B)$
- nem párosak és 3-mal nem oszthatók: $\{1;5;7;11;13;17;19\}(= U \setminus (A \cup B) = \overline{A \cup B}$

1. Legyen U = {A 20-nál nem kisebb, de 60-nál kisebb természetes számok halmaza}
A = {5-tel osztható számok} B = {3-mal osztható számok}

Írd be a halmazábra megfelelő részébe a halmazok elemeit!

a) Sorold fel a 3-mal és 5-tel oszthatókat!

....

b) Sorold fel azokat, amelyek 5-tel oszthatók, de 3-mal nem!

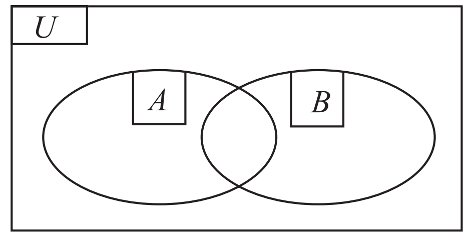
....

c) Sorold fel azokat, amelyek 5-tel vagy 3-mal oszthatók!

....

d) Írd le azokat, amelyek 5-tel és 3-mal sem oszthatók!

....



2. Legyen U = {–10-nél nem kisebb és 10-nél kisebb számok}
A = {páros számok}
B = {pozitív számok}

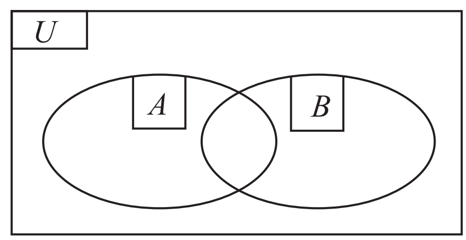
Írd be a halmazábra megfelelő részébe a halmazok elemeit!

a) $A \cap B$ ={ ...

b) $A \cup B$ ={ ...

c) $B \setminus A$ ={ ...

d) $(\overline{A \cup B})$ = { ...



3. Legyen U = {20-nál kisebb természetes számok}
A = {1; 3; 6; 8; 12; 15; 19}, B = {2; 3; 8; 12; 13; 16; 18}

Írd föl a következő halmazok elemeit! Készíts halmazábrát!

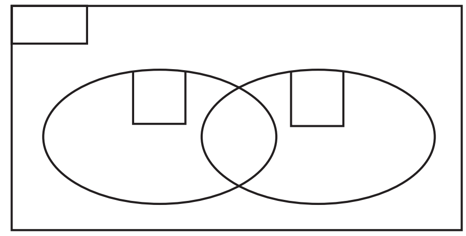
$A \cap B$ = {..}

$A \cup B$ = {..}

$A \setminus B$ = {..}

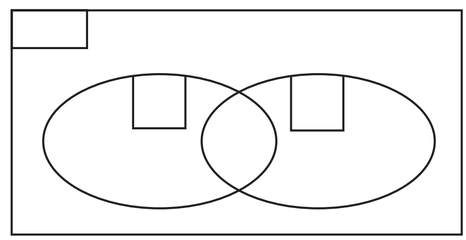
$B \setminus A$ = {..}

4. Egy 29 fős osztályban két szakkörbe járnak a tanulók. Kézműves szakkörbe 18-an, és matematika-szakkörre 16-an. Hányan járnak mindkét szakkörbe, ha mindegyik tanuló jár legalább az egyikbe?
/A halmazábra segít!/



Mind a két szakkörbe ....járnak.

5. A 27 fős osztályból a téli szünetben 15-en voltak sítáborban, és nyáron 13-an a balatoni táborban. Voltak olyan tanulók, akik mind a két táborban voltak, de 6 tanuló egyik táborba sem ment el.

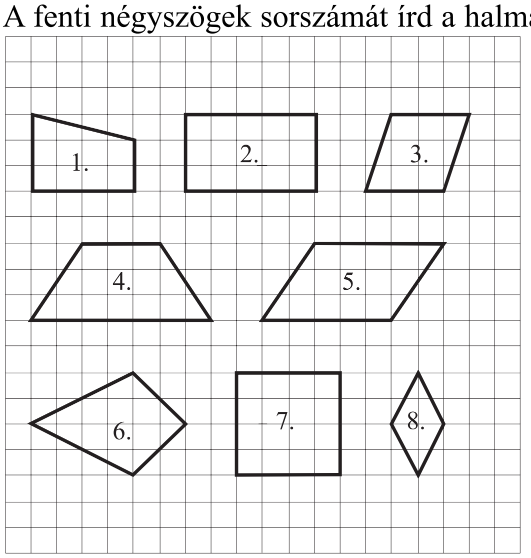


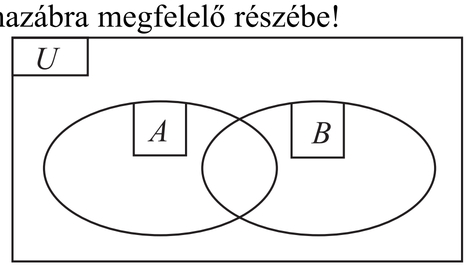
Legalább egy táborban .... tanuló volt.

Csak egy táborban .... tanuló volt.

Mindkét táborban .... voltak.

6. Alaphalmaz U = {négyszögek}
A = {tengelyesen szimmetrikus}
B = {középpontosan szimmetrikus}
A fenti négyszögek sorszámát írd a halmazábra megfelelő részébe!





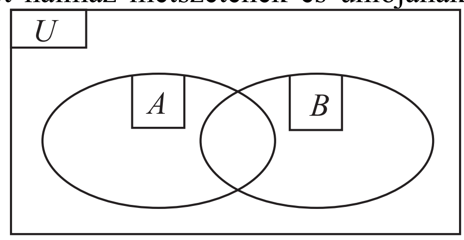
$A \cap B$ = {..}; $A \cup B$ = {..};

$A \setminus B$ = {..}; $B \setminus A$ = {..}

Írd ide a tengelyesen és középpontosan szimmetrikus négyszögek sorszámát: ....

7. Az alaphalmaz: $U = \{-7$-nél nagyobb és 10-nél kisebb számok$\}$. A halmazábra segítségével írd fel az A valamint a B halmaz elemeit, ha ismerjük a két halmaz metszetének és uniójának elemeit!

$A \cap B = \{-2; -4; -6\}$
$A \cup B = \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 2; 4; 6; 8\}$



$A = \{$

$A \setminus B = \{$

$(\overline{A \cup B}) = \{$

$B = \{$

$\overline{B} = \{$

8. Egy iskola nyolcadik évfolyamán 88 tanuló van. Két szakkörre jelentkeztek, informatikára (I) és sportjátékokra (S). Informatikára 66 tanuló nem járt, ami 3-mal volt több, mint az S-re nem jelentkezett tanulók száma. Mindkét szakkörre 9 tanuló akart járni.

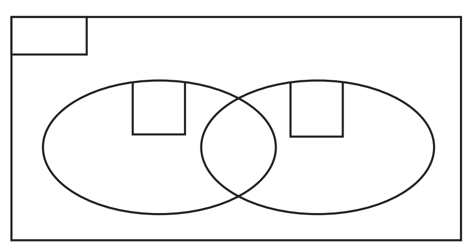
Legalább egy szakkörre ....-en járnak.

Az informatika szakkörre ....-en, a sportjátékok szakkörre ....-en jelentkeztek.

9. Egy üdülőhajón 48-an vannak. A társaság minden tagja beszéli vagy az angol, vagy a magyar nyelv valamelyikét. Huszonkilencen beszélnek magyarul, harmincegyen angolul.

a) Hányan beszélik mindkét nyelvet?

b) Hányan beszélnek csak magyarul?



Logika

„A logika tárgya a helyes emberi gondolkodás törvényszerűségeinek vizsgálata. Kijelentéseket vizsgál, következtetési sémákat határoz meg, de az emberi megismerés folyamatáról és a problémamegoldó gondolkodásról nem mond semmit. Ellenőrizni tudja, hogy egy megoldás vagy következtetés helyes-e, vagy eszközöket kínálva segíthet a problémák megoldásában (pl. Venn-diagram). Ezt azonban úgy tudja megtenni, hogy eltekint a kijelentések tartalmától, és csak az igaz vagy hamis voltukat, azaz logikai értéküket vizsgálja" – írja Csatár Katalin a Matematikai kompetenciaterület című könyvben.
A logika elsődleges tárgyai azok a mondatok, amelyekről egyértelműen eldönthető, hogy igazak vagy nem igazak. Ezeket a mondatokat kijelentéseknek nevezzük. Kétféle logikai értékük lehet: igaz (I) vagy hamis (H).
Egyszerű kijelentés: olyan kijelentő mondat, amelyben nincs logikai művelet. Például:

– Dóri sír.
– Esik az eső.
– Péter kerékpározik.

Összetett kijelentés (ítélet): olyan összetett mondat, amelyben egyszerű kijelentéseket kapcsolunk össze. Például:

– Hull a hó, és fúj a szél.
– Csokoládét kapok, vagy süteményt.

Logikai műveletek
TAGADÁS: ha valamely kijelentést a NEM szóval tagadunk, akkor az igazságértéke az ellentettjére változik, tehát a tagadás az igaz kijelentést hamissá, a hamisat igazzá változtatja. Például:

Kijelentés	logikai értéke	**Tagadása**	logikai értéke
A Föld gömbölyű.	H	A Föld nem gömbölyű.	I
$\sqrt{2}$ kisebb, mint 1.	H	$\sqrt{2}$ nem kisebb, mint 1.	I
A 0 természetes szám.	I	A 0 nem természetes szám.	H

ÉS: ha két kijelentést ÉS szóval kapcsolunk össze, akkor az új, összetett kijelentés logikai értéke csak abban az esetben igaz, ha mind a két kijelentés logikai értéke igaz. Például:
Baleset történt. Az egyik szemtanú ezt állítja:
„A balesetet okozó autó kék színű és Fiat márkájú volt."
(Ez a kijelentés csak akkor igaz, ha a balesetet okozó autó egy kék színű Fiat volt.)
Az ÉS logikai műveletnek a közös rész, azaz a metszet ($\cap$) halmazművelet felel meg. Például:

L = {lánynevek}, H = {hárombetűs nevek}, $L \cap H$ = {hárombetűs lánynevek}
$A = \{2; 3; 5; 7; 8; 9\}$, $B = \{1; 2; 4; 5; 6; 7\}$, $A \cap B = \{2; 5; 7\}$

VAGY: ha két kijelentést VAGY szóval kapcsolunk össze, akkor az új, összetett kijelentés logikai értéke már abban az estben is igaz, ha valamelyik kijelentés, vagy akár mindkét kijelentés igaz. Például:

A baleset másik szemtanúja ezt állítja: „Vagy a mentő jön ki, vagy a rendőrség.” (Ebben az esetben a kijelentés akkor is igaz, ha csak a mentő jön ki, akkor is, ha csak a rendőrség, és akkor is, ha mindkettő megérkezik.)
A VAGY logikai műveletnek az egyesítés, azaz az unió ($\cup$) halmazművelet felel meg.
Például:
T = {tanulók a tömegközlekedésben}, N = {nyugdíjasok a tömegközlekedésben},
$T \cup N$ = {utazási kedvezményben részesülők}
$A = \{2; 3; 5; 7; 8; 9\}$, $B = \{1; 2; 4; 5; 6; 7\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

1. Igazak-e a következő állítások? Írj I vagy H betűt az állítás utáni négyzetbe!
– Minden kutya harapós. ☐
– Nem létezik derékszögű háromszög. ☐
– Minden rombusz deltoid. ☐
– Minden, ami nem fehér, fekete. ☐
– Van olyan szilva, amely sárga. ☐
– Nincs egynél nagyobb szám. ☐
– A nulla páros szám. ☐
– A tengelyes tükrözés egybevágósági transzformáció. ☐

2. Írd a következő mondatok tagadását a mondatok alatti vonalakra!
– Odakint süt a nap és esik az eső.

....

....

– Az ördög veri a feleségét, vagy alszik.

....

....

– Kásás mellé dob, és a labda repül a levegőben.

....

....

– Pista alszik, vagy nem dolgozik.

....

....

– Ha esik az eső, akkor vizes a fű.

....

....

3. Határozd meg az állítások igazságértékét! Írj I vagy H betűt az állítások utáni négyzetbe!
– A négyzet deltoid; a négyzet paralelogramma. ☐
– A sakktábla négyzet alakú; a sakktábla fekete és fehér négyzetekből áll. ☐
– A hegyesszög nagyobb, mint az egyenesszög; a hegyesszög kisebb, mint a derékszög. ☐
– A 11 osztható 5-tel, és páros szám. ☐

4. Egy futóversenyről Ádám, Bence, Csaba és Dénes így számolt be:
Ádám: Bence lett a győztes.
Bence: Csaba nyerte a versenyt.
Csaba: Sajnos, nem én nyertem.
Dénes: Nem én lettem az első.
Tudjuk, hogy csak egyikük mondott igazat, hárman hamisat állítottak.
Ki lett a győztes ezen a versenyen?

Válasz: ....

5. Nagyék elhatározták, hogy jó idő lévén lefestik a kerti bútorokat. Ehhez megvették a megfelelő mennyiségű festéket. Mire átöltöztek a festéshez, a festéket kiborítva találták az udvaron. Négy gyermeküktől kérdezték, melyikük volt a tettes. A gyerekek így válaszoltak:
Laci: Nem én voltam.
Bence: Dani borította ki.
Gergő: Én sem voltam.
Dani: Gergő volt.
Kiderült, hogy az egyikük füllentett, a többiek igazat mondtak.
Melyik fiú volt a tettes?

Válasz: ....

6. Az iskolai sakkversenyre 5 tanuló nevezett. Mindenki játszott mindenkivel. Aki játszmát nyert, 1 pontot kapott, a döntetlenért fél pont járt, és a vesztes 0 pontot kapott. Hány pontot kaptak a helyezettek, ha tudjuk, hogy:
– Az első helyezettnek nem volt döntetlenje.
– A második nem veszített egyetlen játszmát sem.
– A versenyzők különböző pontszámokat értek el.

Válasz: ....

7. Ádám és Bence unokatestvérek, szeretnek sakkozni. Öt mérkőzéssel akarták eldönteni, hogy melyikük a jobb sakkozó. Nem sikerült eldönteniük, mert az öt mérkőzés végén mindkettőjüknek egyformán 5-5 pontja lett. Hányféleképpen juthattak az 5-5 ponthoz, ha a győztes mindig 2 pontot kapott, és ha döntetlen lett, mind a ketten 1 pontot kaptak. A vesztes nem kapott pontot. (A mérkőzések végeredményének sorrendje nem számít.)

Válasz: ....

8. Seholsincs városban háromféle szekta él: az igazmondók (ők mindig igazat mondanak), a hazugok (ők mindig hazudnak) és a felemások (akik felváltva mondanak igazat és hamisat). Egyszer telefonon hívják a rendőröket.
– Jöjjenek ki, mert a lakásunkba be akarnak törni.
– Ön melyik szektába tartozik?
– A felemásba.
Mit tegyen a rendőr? Kimenjen a lakásba?

Válasz: ....

9. Egy szobában ketten vannak, Aladár és Barnabás. Az egyikük az igazmondó, a másikuk a hazugok szektájába tartozik. Aladár azt mondja: „Legalább egyikünk hazug.” Ki melyik szektába tartozik?

Válasz: ....

10. Egy vándor egy kereszteződéshez ér. Két út van előtte, de nem tudja, hogy melyik visz Kukutyinba. Találkozik két emberrel, akik közül az egyik igazmondó, a másik hazug, de nem tudja, hogy melyik melyik. Csak egy kérdést tehet fel. Mit kérdezzen tőlük, hogy a megfelelő irányba haladjon tovább?

Válasz: ....

11. A mesebeli kerek erdőben tündérek és koboldok élnek. A tündérek mindig igazat mondanak, a koboldok mindig hazudnak. Árgyélus királyfi találkozott öt erdőlakóval, akik a következőket állították:

Bíbor: Közülünk legalább ketten hazudnak.
Ármin: Legfeljebb ketten mondanak igazat.
Tünde: Van köztünk kobold.
Zénó: Pontosan egy kobold van köztünk.
Nárcisz: Legalább három tündér van köztünk.

Az öt megkérdezett közül hány volt kobold?
Hogy hívják őket?

Válasz: ....

12. Egy bűvész kalapjában hat állat csücsül: házi macska, vadmacska, házi galamb, vadgalamb, házi nyúl és vadnyúl.
Melyik két állatot kell a bűvésznek kihúznia a kalapból ahhoz, hogy a következő állítások mindegyike egyszerre teljesüljön a kihúzott állatokra?
– Minden kihúzott macska vad.
– Amelyik kihúzott állat vad, az macska.
– A kihúzott galamb vagy nyúl háziállat.
– A kihúzott háziállat nyúl vagy galamb.
– A kihúzott háziállat galamb.

Válasz: ....

13. Írd a négyzetbe az alábbi kijelentések igazságértékét! Ha hamis a kijelentés, próbáld meg igazzá tenni egy kis módosítással!
a) Egy ötszögnek 7 átlója van. ☐ ....

b) Minden négyszög köré írható kör. ☐ ....

c) A nulla reciproka nulla. ☐ ....

d) Minden prímszám páratlan. ☐ ....

14. Egy barlangban háromfajta törpedenevér tanyázik. Öt horgasszőrű, két nagyfülű és négy fehérszélű törpedenevér. Közülük három kirepül. Mi igaz biztosan a barlangban maradt törpedenevérekre? Írj I betűt a biztosan igaz állítások mellé, és H betűt a hamis vagy nem biztosan igaz állítások mellé!
– Egyik sem fehérszélű törpedenevér. ☐
– Van köztük fehérszélű törpedenevér. ☐
– Mindegyik horgasszőrű törpedenevér. ☐
– Nincs köztük nagyfülű törpedenevér. ☐
– Maradt mindhárom fajtából. ☐
– Van köztük két horgasszőrű törpedenevér. ☐

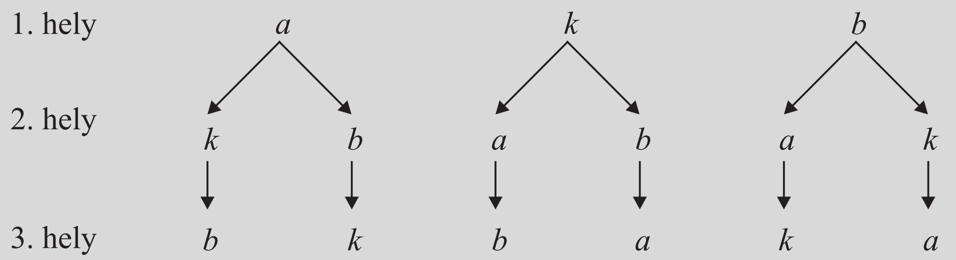
15. Hány igaz állítás van a bekeretezett szövegben? Húzd alá az igaz állítás(oka)t!

A bekeretezett szövegben 1 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 2 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 3 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 4 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 5 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 6 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 7 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 8 állítás hamis.
A bekeretezett szövegben 9 állítás hamis.

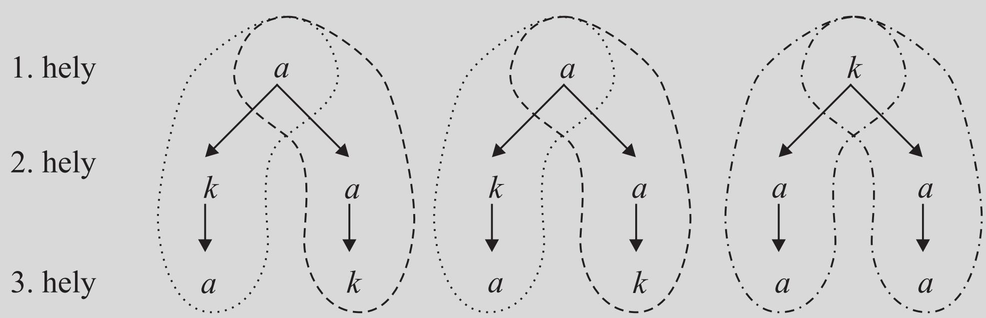
Kombinatorika

Sorrendek összeszámlálása

Példa:
Hányféle sorrendben tehetünk le három gyümölcsöt: egy almát, egy körtét, és egy barackot az asztalra, egymás mellé sorba?
Megoldás: Az első helyre még három gyümölcs közül választhatunk, a másodikra már csak a maradék kettő közül, és végül le kell tenni az utolsó gyümölcsöt is.



Az összes lehetséges sorrend száma: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.
Ha a sorba rendezendő elemek között azonosak is vannak (ezeket nem különböztetjük meg), az esetek száma kevesebb.
Ha az előző feladatban a három gyümölcs között két alma és egy körte szerepel, a lehetséges esetek száma kevesebb hatnál.



Ha a rajzot az előbbi mintájára készítjük el, jól látható, hogy így azonos esetek is vannak. Két azonos elem szerepelt ebben a feladatban, ezeket kétféle módon sorrendezhetjük, ezért az összes lehetséges sorrend számát itt kettővel kell osztani.

Az összes lehetséges sorrend száma:

$$\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 3.$$

1. Józsi apukája kerékpározni vitte a fiát és annak két barátját, Annát és Dénest. Az apuka haladt mindig legelöl. Hányféle sorrendben követhették őt a gyerekek, ha a kerékpárúton csak egymás mögött haladhattak?

A lehetséges sorrendek száma: ....

2. Péternek a holnapi napra a következő négy tantárgyból kell tanulnia: matek, angol, kémia, földrajz. Hányféle sorrendben készülhet fel a másnapi órákra ezekből a tantárgyakból?

Péter .... féle sorrendben készülhet fel a másnapi órák.

3. Hány ötjegyű számot készíthetünk az 1; 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával? ....
Közöttük hány olyan van,
a) amelynek az első jegye 2-es? .... ilyen szám van.

b) amelyik páros szám? .... ilyen szám van.

c) ami öttel osztható szám? .... ilyen szám van.

d) ami néggyel osztható szám? .... ilyen szám van.

4. Hány hatjegyű számot készíthetünk a 0; 3; 4; 6; 7; 8 számjegyek felhasználásával? ....
Közöttük hány olyan van,
a) amelynek a második jegye 7-es? .... ilyen szám van.

b) amelyik páratlan szám? .... ilyen szám van.

c) ami tízzel osztható szám? .... ilyen szám van.

d) ami hússzal osztható szám? .... ilyen szám van.

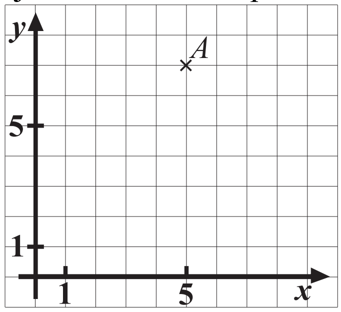
5. Hányféleképpen állíthatunk sorba 2 fekete, 3 piros és 1 zöld – azonos méretű – golyót?

A hat golyót .... féleképpen állíthatjuk sorba.

6. Hat jó barát minden vasárnap nagy kártyacsatát vív. Egy kör alakú asztalnál mindig más sorrendben foglalnak helyet. Hány héten keresztül tudnak más-más ülésrend szerint játszani? (Két ülésrendet akkor tekintünk különbözőnek, ha van legalább egy olyan ember, akinek megváltozott legalább az egyik szomszédja.)

.... héten keresztül tarthat a kártyacsata az adott feltételek mellett.

7. Hányféleképpen lehet eljutni az origóból az $A(5;\ 7)$ pontba úgy, hogy csak egységnyi hosszú „jobbra” és „fel” lépések lehetségesek?



Az origóból A-ba .... féle módon juthatunk el.

8. Hányféleképpen olvasható le az ábrákról a NYARALÁS szó?

a)

N	Y	A	R	A
Y	A	R	A	L
A	R	A	L	Á
R	A	L	Á	S

b)

N	Y	A	R	A	L
Y	A	R	A	L	Á
A	R	A	L	Á	S

a) .... féle módon

b) .... féle módon.

c)

N	Y	A	R
Y	A	R	A
A	R	A	L
R	A	L	Á
A	L	Á	S

d)

N	Y	A	R	A	L	Á	S
Y	A	R	A	L	Á	S	
A	R	A	L	Á	S		
R	A	L	Á	S			
A	L	Á	S				
L	Á	S					
Á	S						
S							

c) .... féle módon.

d) .... féle módon.

9. 10 futó indult a maratoni döntőben. Hányféle lehet a verseny eredménye?

A maratoni versenyen .... féle befutási sorrend lehetséges.

10. Hány olyan nyolcjegyű számot készíthetünk, a 3-as és 5-ös számjegyek felhasználásával, amelyben a hármasok száma egyenlő az ötösök számával?

A megadott feltételnek .... szám felel meg.

Kiválasztási feladatok (A sorrend is számít.)

Az 1; 2; 3; 4; 5 számok felhasználásával hányféle különböző háromjegyű számot írhatunk fel, amelyek minden számjegye különböző?

Megoldás: A százasok helyére még mind az öt szám közül választhatunk, a tízesek helyére már csak a maradék négy, és az egyesek helyére az ezek után maradt három szám közül.

Az összes lehetséges háromjegyű szám mennyisége: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Az 1; 2; 3; 4; 5 számok felhasználásával hányféle különböző háromjegyű számot írhatunk fel?

Megoldás: Ha így fogalmazzák meg a feladatot, a háromjegyű számok között ott lehet például a 121 és a 333 is, vagyis mind a három helyi értékre választhatjuk mind az öt számot.

Most az összes lehetséges háromjegyű szám mennyisége: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

11. Az Ózok szigetén minden lakos mobiltelefont kap. Minden telefonszám egyessel kezdődik, és összesen négy számból áll. Legfeljebb hány lakosa lehet a szigetnek, ha minden telefonszám különböző?

A szigetnek legfeljebb .... lakosa lehet.

12. Magyarországon a gépkocsik rendszáma három betűből és három számból áll. A 26 betűs ábécét és a 0-tól 9-ig terjedő számokat használják, és az ismétlődést is megengedik.
Hány különböző rendszámú kocsi futhatna az utakon, ha minden betűt és számhármast engedélyeznének?

Az utakon .... különböző rendszámú autó futhatna.

13. Hány olyan ötjegyű szám van, amelynek a második és negyedik jegye 0, és a szám osztható 5-tel?

Az adott feltételnek .... ötjegyű szám felel meg.

14. Hányféle dobássorozat lehetséges, ha egy dobókockával egymás után

3-szor; .... féle dobássorozat lehetséges;

4-szer; .... féle dobássorozat lehetséges;

5-ször; .... féle dobássorozat lehetséges;

6-szor dobunk? .... féle dobássorozat lehetséges.

15. Nyolc versenyző vesz részt az ötvenméteres gyorsúszás döntőjében, az első három helyezett érmet kap. Hányféle módon lehetséges a három érem kiosztása, ha mindenki egyformán esélyes?

Az első három helyezés .... féleképpen lehetséges.

Kiválasztási feladatok (A sorrend nem számít.)

Példa:
A iskolák közötti 4×50 m gyorsúszó bajnokságra 7 versenyző közül választja ki az edző a 4 fős csapatot. Hányféle módon teheti ezt meg?

Megoldás: Hét játékosból négyet $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$ féleképpen választhatunk ki, de a végeredmény szempontjából a kiválasztás sorrendje nem fontos, ezért ezt a szorzatot osztanunk kell annyival, ahányféle sorrendben a négy személyt kiválaszthatták.

$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$ különböző csapatot állíthat össze az edző.

16. Egy cukrászdában 15 féle fagylalt közül választhatnak a vendégek. Zsófi egyszerre két gombócot tud megenni. Hányszor kell fagylaltot vennie a nyáron, ha ki akar próbálni minden két különböző gombócból álló összeállítást, és a gombócok sorrendje nem számít?

Zsófinak .... kell fagylaltot vennie a nyáron.

17. Egy osztályba 16 lány és 12 fiú jár. Hányféleképpen választhatnak ki két főt – egy fiút és egy lányt – a diáktanács tagjának?

Az osztály tanulói közül a diáktanács tagjait .... féle módon választhatták ki.

18. Egy csoportban 7 fiú és 5 lány van. Hányféleképpen lehet 4 fős csapatot összeállítani...
a) ha mindegy, hány fiú és lány van a csapatban?
b) ha 2 fiú és 2 lány van a csapatban?

Az a) esetben ...., a b) esetben .... féle választási lehetőség van.

19. A buszjegyen egyes helyi járatokon 1-től 9-ig szerepelnek a számok. A lyukasztó automata egyszerre három számot lyukaszt. Hányféle különböző lyukasztási beállítás lehetséges?

A buszjegyen .... féle különböző lyukasztás lehetséges.

20. Hat fiú és öt lány közül szeretnénk kiválasztani négy gyereket. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha azt szeretnénk, hogy...

a) pontosan 2 fiú; b) pontosan 3 fiú; c) pontosan 4 fiú; d) legalább 2 fiú legyen a kiválasztottak között?

A négy gyerek kiválasztása az egyes feltételekkel

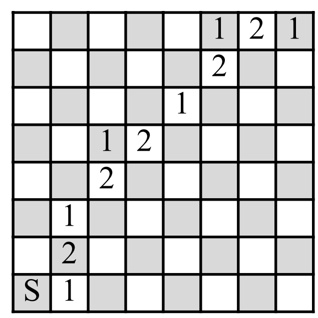
a) .... módon; c) .... módon;

b) .... módon; d) .... módon lehetséges.

21. Az iskolai büfében ötféle csokoládé kapható. Hányféleképpen lehet tíz csokit vásárolni, ha minden fajtából van legalább tíz darab?

Tíz csoki vásárlása ....féleképpen lehetséges.

22. Egy nyolcszor nyolcas sakktábla bal alsó sarkába állíts egy sakkfigurát! Társaddal felváltva léphettek. Egy lépésben egy mezőt léphettek: vízszintesen balról jobbra, függőlegesen felfelé, átlósan jobbra fel a cél felé. Az a játékos nyer, aki először a jobb felső sarokba ér.
Ki nyerhet? Kinek lehet nyerő stratégiája: a kezdő vagy a másodszorra lépő játékosnak? Tegyük fel, hogy mindkét játékos egyformán ügyes. Az ábrán egy olyan játszmát mutatunk be, amelyben a kezdő játékos nyert.



....

....

23. Egy dobozban 103 kavics van. Péter és Pál felváltva vesznek ki a dobozból legalább 1, de legfeljebb 10 kavicsot. Amikor a doboz kiürült, mindketten megszámolják, hogy összesen hány kavicsot vettek ki külön-külön. Ha ez a két szám relatív prím, akkor Péter nyert. A játékot kezdő Péter tud-e úgy játszani, hogy biztosan ő nyerjen? (Ez a feladat az 1991/92. évi Varga Tamás matematikaverseny 8. osztályosok 2. fordulóján szerepelt.)

....

....